

Kombination von Optimierung und Robustheit in der Simulation mechanischer Systeme

Markus Könning¹

¹ Robert Bosch GmbH, CR/ARD4, 71701 Schwieberdingen

Zusammenfassung

Die Optimierung und Robustheitsbewertung von Bauteilen ist in der Produktentwicklung nicht mehr weg zu denken. Die Methoden für sich haben sich etabliert. Allerdings ergeben sich aus der heutigen Vorgehensweise neue Ansätze diese zu überdenken und zu optimieren. Hier soll nun eine Methode vorgestellt werden, die bereits während der Optimierung Informationen zur Robustheit heranzieht und diese für die Suche nach einem robusten Optimum verwendet. Anhand eines Anwendungsbeispiels wird die heutige Vorgehensweise mit der neuen alternativen Vorgehensweise verglichen und diskutiert.

Keywords: Optimierung, Robustheit, robustes Optimum

1 Motivation und Idee zur Kombination von Optimierung und Robustheit

1.1 Motivation

Optimierung und Robustheit werden bei der Simulation mechanischer Systeme hauptsächlich zur:

- Designverbesserung,
- Parameteridentifikation und
- Robustheitsanalyse

verwendet. Gerade in den letzten Jahren haben diese Bereiche stark an Bedeutung gewonnen. Hinsichtlich des Erreichens eines robusten Optimums wird nach einer Optimierung das gefundene Optimum auf seine Robustheit überprüft. Wenn es nun diesen Robustheitskriterien nicht genügt, und diese auch nicht abgeschwächt werden können, müssen entweder weitere Designs aus dem Optimierungslauf betrachtet werden, oder aber Modifikationen im Umfeld der Optimierung durchgeführt werden. Diese sind z.B. die Anpassung der Definitionsbereiche der Parameter, oder eine Änderung der Zielfunktion bzw. das Hinzufügen zusätzlicher Restriktionen. Anschließend wird die Optimierung erneut durchgeführt mit darauf folgender Überprüfung der Robustheit des Optimums. Diese Rekursion muss solange durchgeführt werden, bis das robuste Optimum erreicht ist (siehe Abb. 1).

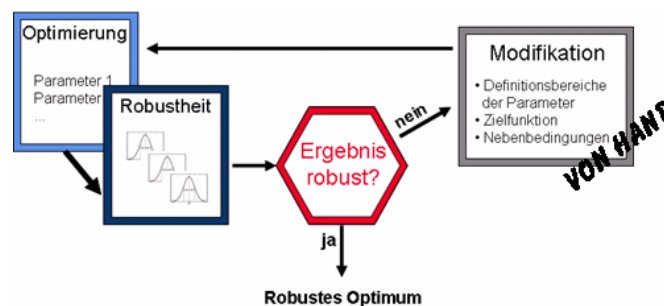


Abbildung 1: Herkömmliche Rekursionsschleife zur Erzeugung eines robusten Optimums.

1.2 Idee und Ziel einer neuen Methode

Hinsichtlich der gerade gezeigten Problematik, sollen bei einer neuen Vorgehensweise diese unnötigen Rekursionsschleifen möglichst vermieden werden. Eine neue Methode sollte also bereits während der Optimierung Informationen über die Robustheit der einzelnen berechneten Designs liefern und diese für die Suche nach einem robusten Optimum nutzen.

2 Methode zur Kombination von Optimierung und Robustheit

2.1 Vorüberlegungen

Bei dem Versuch die Optimierung mit der Robustheit zu kombinieren, muss beachtet werden, dass sich deren Variablenräume nicht nur in der Größe stark unterscheiden können, sondern auch in der Art der zu behandelnden Parameter bzw. Eingangsgrößen. Zu den Optimierungsvariablen gehören zum einen diskrete Variablen, des Weiteren binäre Variablen und nicht zu vergessen kontinuierliche Variablen. Die in der Robustheitsbewertung zu betrachtenden streuenden Eingangsgrößen sind entweder von kontinuierlichem Typ oder in einigen Fällen auch diskrete Ereignisse. Zusätzlich gibt es aber auch Variablen, die in der Optimierung eigentlich als konstant angenommen werden, wie z.B. Lasten und Randbedingungen, wie auch Materialparameter. Des Weiteren können die Nebenbedingungen noch streuen. In Abbildung 2 ist dies zur Verdeutlichung nochmals exemplarisch dargestellt.

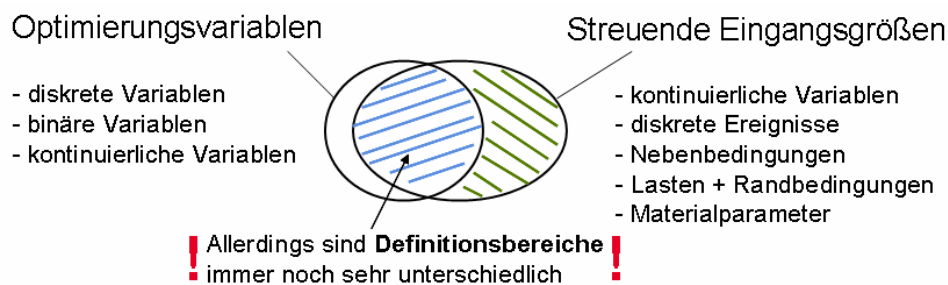


Abbildung 2: Darstellung der Optimierungsvariablen und der streuenden Eingangsgrößen.

2.2 Optimierungsansatz

Grundlage für die Methode zur Kombination von Optimierung und Robustheit bietet ein Richtungssuchverfahren, genannt „Dreiecksmethode“. Es handelt sich hierbei um Verfahren, dass in jeder Iteration höchstens $n+1$ Berechnungen durchführen muss.

Ausgehend von einem Startpunkt x_0 wird in $n+1$ voneinander gleich ausgerichteten Richtungen ein Abstieg gesucht. Sofern dieser gefunden wird, bildet sich in diese Richtung ein neues „Dreieck“ mit dem gefundenen Abstieg als Mittelpunkt. Ist kein Abstieg gefunden, so dreht sich das Dreieck in die entgegengesetzten Richtungen und sucht nochmals. Falls dies ebenfalls nicht zu einem Abstieg führt, werden die Schrittweiten verkleinert. Diese gesamte Prozedur wird nun solange wiederholt, bis ein Optimum gefunden wurde (s. Abb. 3).

Der Vorteil dieses Verfahrens gegenüber Gradientenverfahren liegt darin, dass es ohne Bestimmung der Gradienten auskommt. Zudem ist die geringe Anzahl der Berechnungen in niedrigen Dimensionen ein Vorteil gegenüber Genetischen Algorithmen.

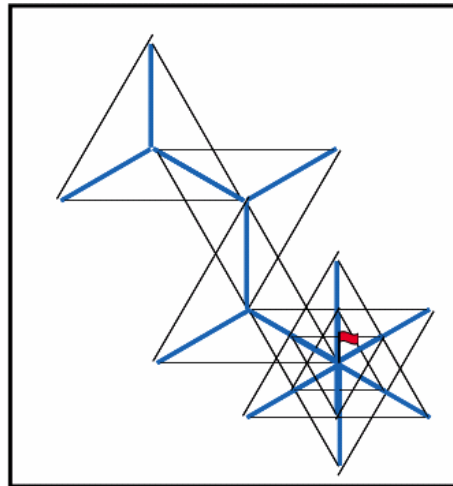


Abbildung 3: Ablauf der Dreiecksmethode.

2.3 Robustheitsbewertung

Zur Bewertung der Robustheit werden in der Regel mithilfe einer Plain-Monte-Carlo Methode oder eines Latin Hypercube Verfahrens eine Reihe von Berechnungspunkte (Samples) erzeugt. Anschließend werden die resultierenden Streuungen der Ausgangsgrößen und eventuelle Korrelationen der Ausgangs- mit den Eingangsgrößen betrachtet.

Als zusätzliche Information für die Optimierung reicht es in der Regel aus einige Samples zu erzeugen und Tendenzen für den Optimierungsverlauf zu betrachten. Eine solche Tendenz kann beispielsweise durch

- eine arithmetische Tolerierung,
- ein Fullfaktorial,
- ein alternatives DOE-Schema oder
- eine reduzierte Mont-Carlo Methode

bestimmt werden.

2.3.1 Arithmetische Tolerierung

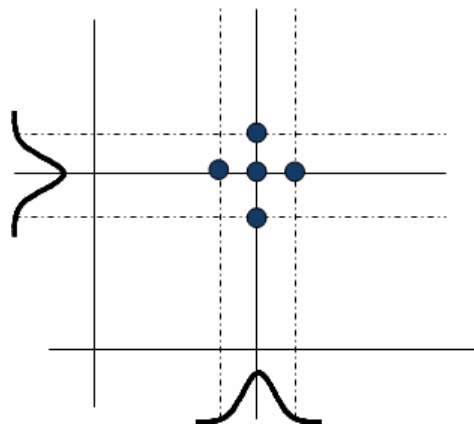


Abbildung 4: Darstellung der Anordnung der Samples bei einer arithmetischen Tolerierung.

Bei der arithmetischen Tolerierung werden die Samples so erzeugt, dass jeweils nur für einen Parameter ein neuer Wert angenommen wird und der oder die anderen Parameter konstant bleiben. Der neue Wert kann beispielsweise das 5% bzw. 95%-Quantil sein. Vorteil dieser Sampling-Methode ist, dass lediglich $2n+1$ Samplings erzeugt werden. Nachteil der Methode ist, dass gekoppelte Streuungen nicht berücksichtigt werden.

2.3.2 Fullfaktorial ($2^n / 3^n$)

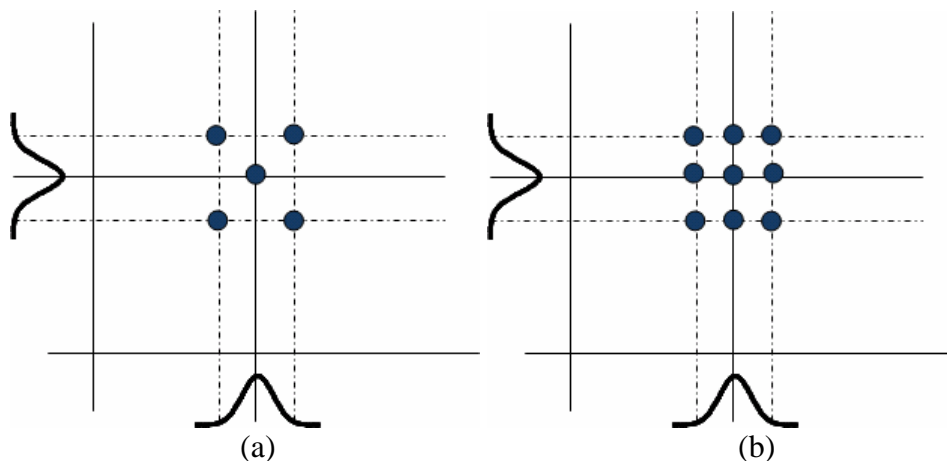


Abbildung 5: Darstellung der Anordnung der (a) 2^n bzw. (b) 3^n Samples bei einem Fullfaktorial.

Die Fullfaktorial-Methode bildet zum einen gekoppelte Streuungen ab, das heißt, dass immer mehrere Parameter gleichzeitig neue Werte annehmen. Zudem wird je nach Aufwand auch nicht gekoppelte Streuungen betrachtet. Der Nachteil liegt in der hohen Anzahl der Samplings mit 2^n bzw. 3^n .

2.3.3 DOE-Schema

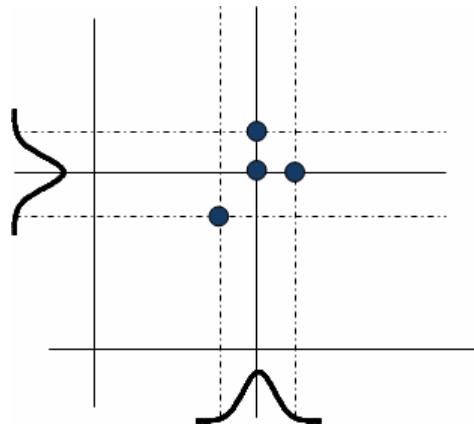


Abbildung 6: Darstellung der Anordnung der Samples bei einem alternativen DOE-Schema.

Ein alternatives DoE-Schema kann sowohl nicht gekoppelte Streuungen wie auch gekoppelte Streuungen erzeugen. Im Gegensatz zum Fullfaktorial ist es allerdings unvollständig. Der Vorteil dieser Methode liegt in der geringen Anzahl der Berechnungen von hier $2n$. Allerdings kann diese geringe Anzahl auch zu nicht gesicherten Aussagen kommen.

2.3.4 Reduzierte Plain-Monte-Carlo

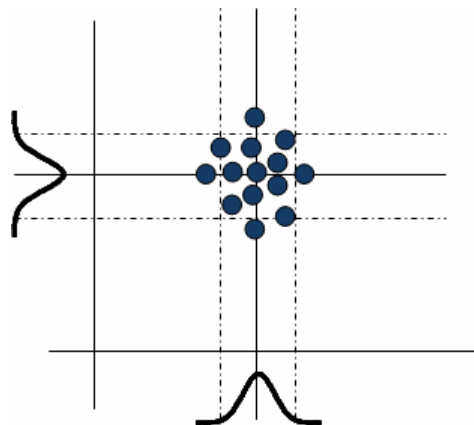


Abbildung 7: Darstellung einer möglichen Anordnung der Samples bei einer Plain-Monte-Carlo-Methode.

Beim reduzierten Plain-Monte-Carlo Verfahren wird die Anzahl der Samples stark reduziert, da für Tendenzen eine geringere Anzahl ausreicht. Vorteil dieses Verfahrens ist, dass es unabhängig der Dimension ist.

2.3.5 Reduzierte Latin Hypercube

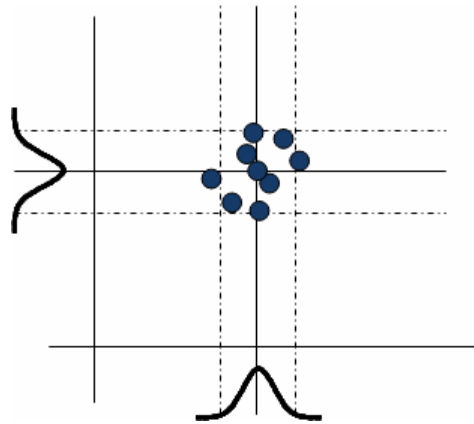


Abbildung 8: Darstellung einer möglichen Anordnung der Samples bei einem Latin Hyper Cube Sampling.

Beim reduzierten Latin Hypercube Verfahren wird, kann aus den gleichen Gründen wie beim reduzierten Plain-Monte-Carlo Verfahren auf eine geringere Anzahl von Samples zurückgegriffen werden. Vorteil dieses Verfahrens ist, dass es ebenfalls unabhängig der Dimension ist.

2.4 Kombination von Optimierung und Robustheit

Um nun die Dreiecksmethode mit der Robustheit zu verbinden, wird in jedem Berechnungspunkt der Dreiecksmethode eine Tendenz zur Bewertung der Robustheit bestimmt, indem eine der gerade vorgestellten Sampling-Verfahren verwendet werden. In Abbildung 9 ist dies exemplarisch mit einem Monte-Carlo-Sampling-Verfahren dargestellt.

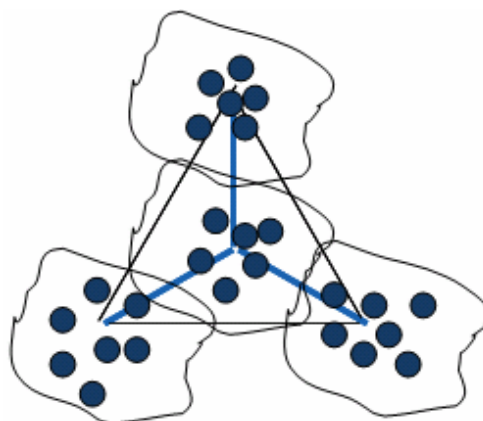


Abbildung 9: Exemplarische Darstellung der Dreiecksmethode in Verbindung mit einem Monte-Carlo Sampling Verfahren zur Robustheitsabschätzung.

Worüber nun noch diskutiert werden muss, ist die Frage, wie die Robustheitsabschätzung mit in die Bewertung der einzelnen Designs kommt. Hier gibt es in der Literatur einige Ansätze. Diese gehen von der alleinigen Betrachtung der Mittelwerte (Branke 1997), über die Betrachtung der Varianzen / Standardabweichungen und deren Kombinationen (vgl. Mohan 2002, Doltsinis et.al. 2004, Ramakrishnan et.al. 1994), bis hin zu Abschätzungen der Spannweite der Stichproben. Hier soll nun die am häufigsten verwendete Bewertung benutzt werden, die Kombination von Mittelwert und Standardabweichung. In Gleichung (1) ist die neue Bewertungsfunktion für die Optimierung dargestellt.

$$F(x) = \frac{1}{2} \cdot f(x) + \frac{1}{2} \cdot \left(E(f(x)) + \sqrt{\text{Var}(f(x))} \right) \quad (1)$$

3 Anwendungsbeispiel

3.1 Problembeschreibung

Bei dem Anwendungsbeispiel handelt es sich um eine herkömmliche Scheibenbremse eines Pkws (s. Abb. 10). Nun soll eine typische Abbremsung in einem FE-Modell simuliert werden. Ziel ist es durch die gezielte Veränderung der Rippen an der Bremsscheibe, das Gewicht so zu optimieren, dass die maximal auftretende Spannung an der Bremsscheibe 480 N/mm^2 nicht überschreitet.

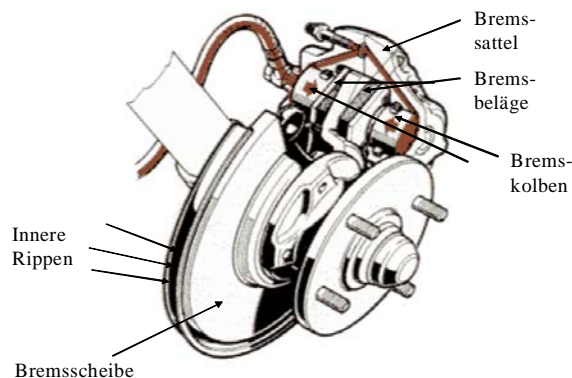


Abbildung 10: Aufbau einer typischen Pkw-Scheibenbremse.

Der Definitionsbereich der Geometrieparameter der Rippen, sowie deren anzunehmenden Toleranzwerte ist in Tabelle 1 dargestellt.

	Optimierung		Stochastik
	Definitionsbereich		Toleranz
Länge Rippe	46,00	57,00	$\pm 0,6$
Breite Rippe	3,00	6,00	$\pm 0,1$

Tabelle 1: Einstellungen der Parameter.

Das Zielgebiet der Optimierung ist in Abbildung 11 dargestellt. Hier ist zum einen das unrobuste globale Optimum, wie auch das robuste Optimum dargestellt. Ziel ist es nun mit der herkömmlichen Vorgehensweise und mit der Dreiecksmethode das robuste Optimum zu bekommen.

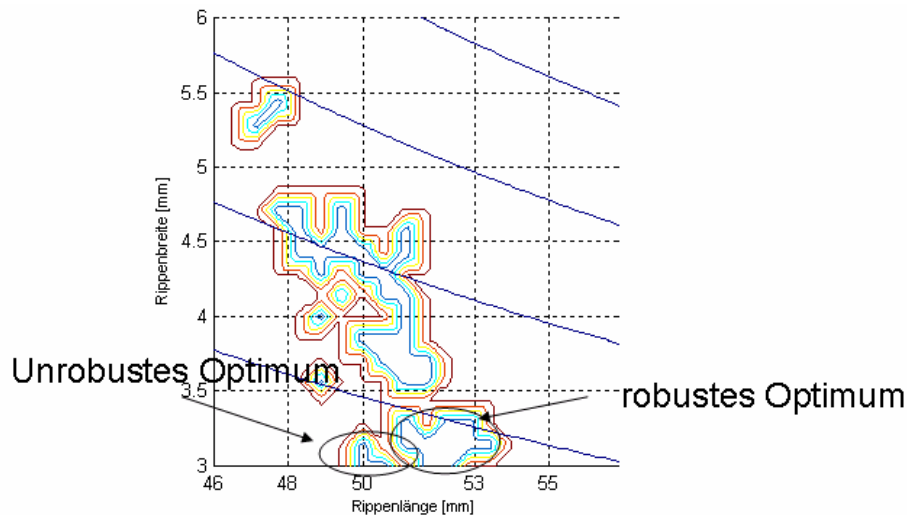


Abbildung 11: Darstellung des Zielgebietes mit Angabe des unrobusten und robusten Optimums.

3.2 Sequentielles Vorgehen: Optimierung → Robustheit

Um das herkömmliche Vorgehen zur Erlangung eines robusten Optimums zu zeigen, wird mit Hilfe des „GENETIC“-Verfahrens in OptiSLang eine Optimierung durchgeführt und anschließend das beste Design ausgewählt um es auf Robustheit zu überprüfen.

Für das „GENETIC“-Verfahren sind die in Tabelle 2 dargestellten Einstellungen verwendet worden.

Populationsgröße	10
Anzahl der Generationen	50
Anzahl der Eliten	1
Anzahl der Ersetzten	1
Selektionsdruck	0,9
Xover-Rate	0,5
Mutationsrate	0,1

Tabelle 2: Einstellung des „GENETIC“-Verfahrens in OptiSLang.

Der Optimierungslauf ist nach 440 Berechnungen wegen der Konvergenz ins globale Optimum gestoppt worden. Der Verlauf der beiden Optimierungen ist in Abbildung 12 zu sehen.

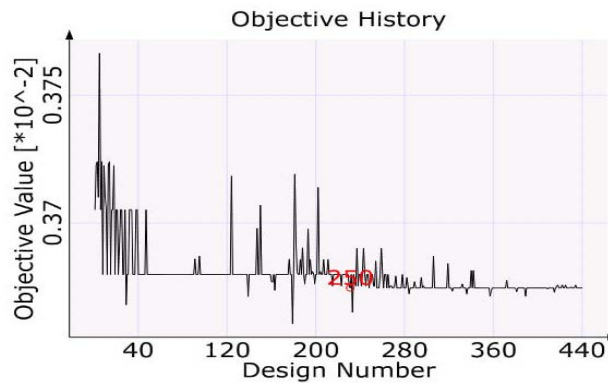


Abbildung 12: Verlauf der ersten und zweiten Optimierung.

Das resultierende beste Design ist mit den Werten der Parameter und der Restriktionen in Abbildung 13 zu sehen.

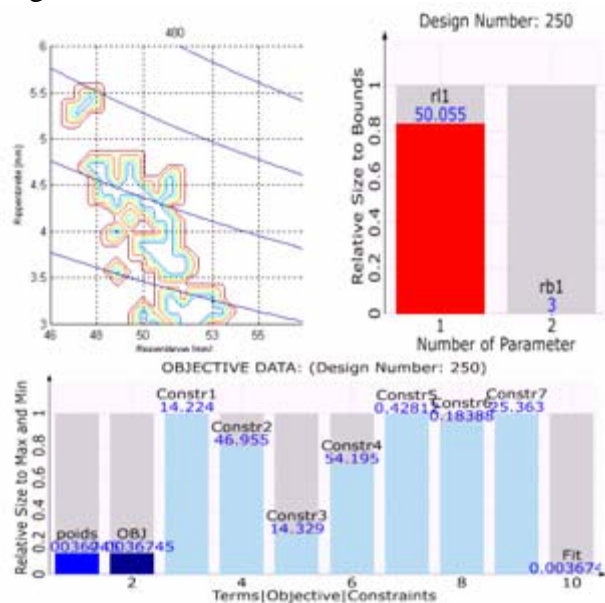


Abbildung 13: Beste Design der Optimierung.

Wie bereits in Abbildung 1 dargestellt wird im Anschluss an die Optimierung das beste Design auf Robustheit überprüft, d.h. es werden die Folgen der bereits erwähnten Fertigungstoleranzen betrachtet. Mithilfe der Verwendung von Normalverteilungen ergibt sich das in Abbildung 14 dargestellte Samplingfeld.

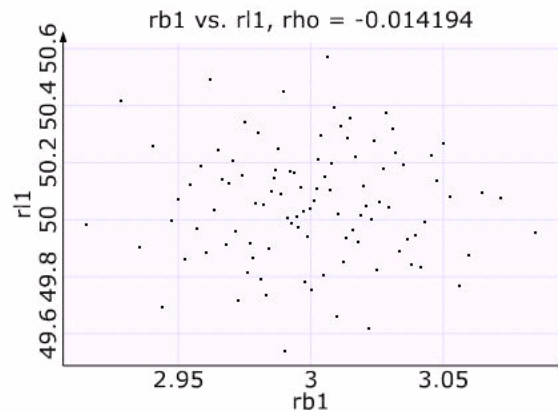


Abbildung 14: Verteilung der Samplings für die Robustheitsbewertung.

Die Verteilung der entscheidenden Ausgangsgröße, der Restriktion, ist in Abbildung 15 zu sehen. Es zeigt sich, dass fast 70 % aller Samples oberhalb der Höchstgrenze von 480 N/mm² liegen und somit ungültig sind.

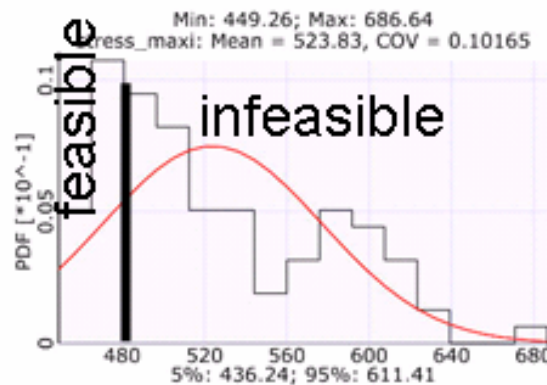


Abbildung 15: Verteilung der Restriktion.

Somit ist das gefundene Optimum nicht robust und es müssen die bereits angesprochenen Modifikationen vorgenommen werden. Dies führt mindestens zu einer Verdoppelung der Berechnungen. Somit sind also mindestens 1500 Berechnungen notwendig.

3.3 Bestimmung des robusten Optimums

Als Optimierungsverfahren wird hier die Dreiecksmethode eingesetzt. Für die Dreiecksmethode müssen die Startlänge der Schrittweite, der Skalierungsfaktor zur Verkleinerung der Schrittweite, eine Terminierungsgröße der Schrittweite, sowie eine maximale Anzahl der Berechnungen angegeben werden. Sie werden wie folgt gewählt:

- Startlänge: 30 % des Definitionsbereichs
- Skalierungsfaktor: 50 % der aktuellen Länge

- Terminierungsgröße: 0,1 % des Definitionsbereichs
- Max. Anzahl: 100 Berechnungen

Als Samplingverfahren ist hier eine reduzierte Monte-Carlo-Methode gewählt worden mit 10 zu berechnenden Samples und als Robustheitsmaß eine Kombination aus Mittelwert und Standardabweichung. Daraus ergibt sich die in Gleichung (1) dargestellte neue Fitnessfunktion.

Nach 60 Optimierungsberechnungen endet das Verfahren mit dem in Abbildung 16 dargestellten Verlauf.

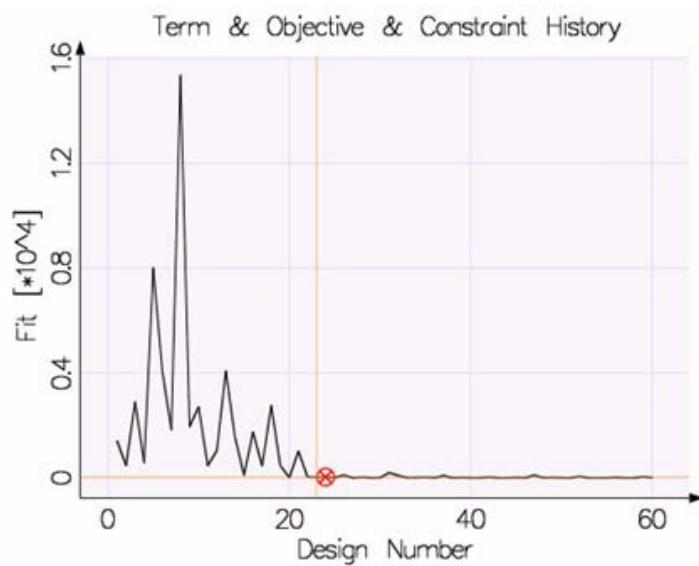


Abbildung 16: Verlauf der robusten Optimierung.

Als Ergebnis der robusten Optimierung ergibt sich das bereits in Abbildung 11 dargestellte robuste Optimum mit den in Abbildung 17 dargestellten Werten.

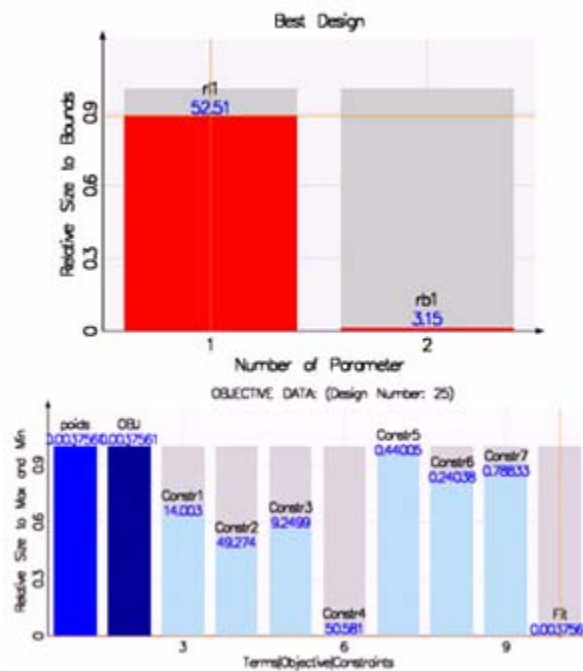


Abbildung 17: Robustes Optimum.

Eine abschließende Robustheitsberechnung mit 100 Samples führt zu der in Abbildung 18 dargestellten Verteilung der Restriktion.

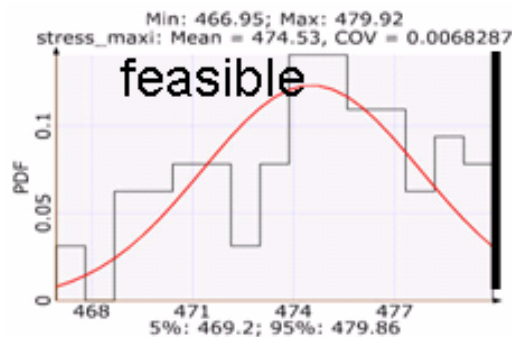


Abbildung 18: Verteilung der Restriktion.

4 Zusammenfassung / Ausblick

Es wurde gezeigt, dass die Dreiecksmethode als gradientenfreies Richtungssuchverfahren erfolgreich als alternative Optimierungsmethode eingesetzt wurde und ein geeignetes Robustheitsmaß zur Bestimmung einer Tendenz zur Robustheit ausgewählt wurde. Die Kombination der Optimierung mit der Robustheit führte zu einem robusten Optimum. Im Vergleich mit dem herkömmlichen Vorgehen wurden mit ca. 460 Berechnungen weniger als die Hälfte der Berechnungen benötigt.

Es ist nun noch zu zeigen, dass die Kombination auch mit anderen Optimierungsverfahren und auf andere Anwendungsbeispiele anwendbar ist. Zusätzlich ist ein Vergleich der vorgestellten Robustheitsmaße hinsichtlich ihrer Zuverlässigkeit durchzuführen. Die Angabe von Wahrscheinlichkeiten ist ein weiterer noch zu bearbeitender Punkt.

Durch eine mögliche Parallelisierung der Berechnungen für die Robustheit lässt sich noch Rechenzeit sparen.

Literatur

MOHAN, S.N.: Robust Design. Doktorarbeit. Departement of Aerospace Engineering, Indian Institute of Technology, Bombay, November 2002.

DOLTSINIS, I., KANG, Z.: Robust design of structures using optimization methods, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 193. 2004. 2221-2237.

BRANKE, J.: Creating Robust Solutions by Means of Evolutionary Algorithms, Institute AIFB, University of Karlsruhe, Karlsruhe 1997.

RAMAKRISHNAN, B., RAO, S.S.: An efficient strategy for the robust optimization of large scale nonlinear design problems, Advances in Design Automation, DE-Vol 69-2, 1994.

OptiSLang Handbuch Version 2.0

SLang Handbuch Version 5.06.