

Numerische Simulation rohrförmiger Tragwerke im Boden mit ANSYS-Multiplas

Dipl.-Ing. Wolfgang Wallisch¹, Dr.-Ing. Roger Schlegel²

¹ voestalpine Krems Finaltechnik GmbH, Abteilung Statik, Schmidhüttenstraße 5, 3500 Krems, Austria

² Dynardo GmbH, Luthergasse 1d, 99423 Weimar, Germany

Zusammenfassung

Der Beitrag stellt die Berechnung im Sand verlegter Stahlrohrdurchlässe vor. Von entscheidender Bedeutung sind dabei die Modellierung der Interaktion zwischen dem Stahlrohr und dem umgebenden Boden, die Berücksichtigung primärer Spannungszustände, die Simulation von Bauzuständen und die Nachvollziehbarkeit von Lastausbreitungen und Umlagerungen im Boden. Hierfür ist es notwendig geometrisch und materiell nichtlineares Verhalten unter Einsatz geeigneter Materialmodelle bei der Berechnung zu berücksichtigen. Es zeigte sich, dass das Konvergenzverhalten durch Modifikationen in der Formulierung der Fließbedingung günstig beeinflusst werden kann. Das verwendete Berechnungsmodell wird durch die Nachrechnung von Versuchen validiert.

Keywords

Rohrförmige Tragwerke, elastoplastische Materialmodelle, nichtlineare Berechnung, Boden-Bauwerk-Interaktion, Geotechnik, Materialbibliothek ANSYS-Multiplas

1. Einleitung

In den letzten Jahren haben sich numerische Berechnungsverfahren auch in der geotechnischen Praxis erfolgreich etabliert [1]. Außerdem haben sich die Kenntnisse über das Baugrundverhalten verbessert, so dass es heute dem Ingenieur möglich ist, komplexe ebene und räumliche Problemstellungen in der Geotechnik zuverlässig zu lösen. Für die Praxis ergeben sich daraus insbesondere Vorteile für eine verbesserte Planung und wirtschaftlichere Bauausführung. Für die Auslegung der hier betrachteten rohrförmigen Tragwerke im Sand bzw. Baugrund ist die Erfassung der Interaktion von Bauwerk und Baugrund von herausragender Bedeutung. Dabei müssen sowohl geometrisch nichtlineares Strukturverhalten als auch nichtlineares Materialverhalten in der Berechnung berücksichtigt werden. Die Berücksichtigung von Primärspannungszuständen, die Modellierung des Bauablaufs und das Stoffgesetz zur Beschreibung des Baugrundverhaltens spielen hierbei eine entscheidende Rolle.

2. Simulation von Sand mit elastoplastischen Materialmodellen

Ein wesentliches Charakteristikum von Sand ist die fehlende Kohäsion und damit die fehlende Zugfestigkeit sowie einaxiale Druckfestigkeit. Diese Eigenschaft führt dazu, dass sich im Sand zunächst mehraxiale Druckspannungszustände aufbauen müssen bevor Lasten aufgenommen und übertragen werden können. Die Generierung derartig stabiler Druckzustände im Sand geht gewöhnlich mit nennenswerten Spannungs- bzw. Lastumlagerungen einher, woraus sich ein erhöhter numerischer Berechnungsaufwand ableitet. Die fehlende Kohäsion hat dabei großen Einfluss auf das Konvergenzverhalten.

Zur Beschreibung des Spannungs-Verformungsverhaltens von Sand existieren verschiedene, zu meist elastoplastische Materialmodelle [2]. Das wichtigste, oft als Grund- oder Ausgangsmodell der Geotechnik bezeichnete Stoffmodell ist das Mohr-Coulombsche Materialmodell (Fig.1). Es fußt auf dem linearen Gesetz der trockenen Reibung und beschreibt den Boden mit den praxisnahen Parametern Reibungswinkel φ und Kohäsion c .

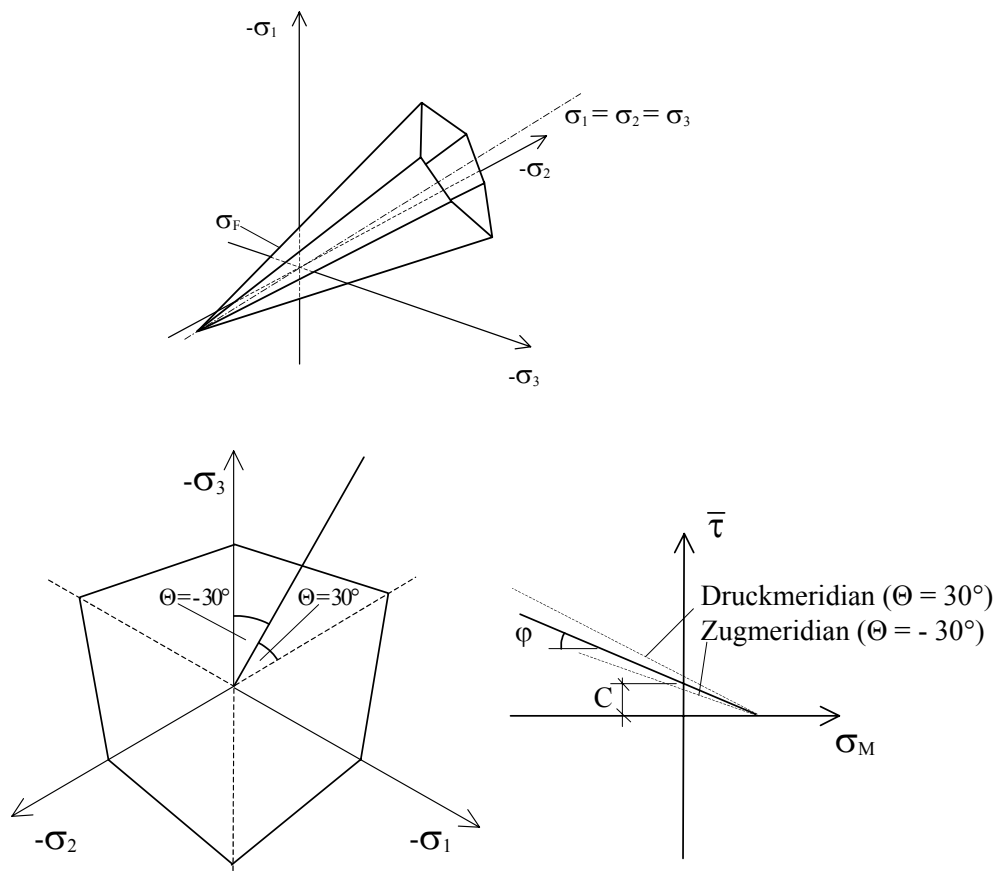


Fig.1: Fließbedingung nach MOHR-COULOMB [3]

Im ANSYS-Standartumfang ist für geotechnische Problemstellungen das Drucker-Prager Modell (Fig.2) enthalten. Es wird wie das Mohr-Coulomb Modell durch zwei Materialparameter (β und $\tilde{\sigma}_y$) beschrieben.

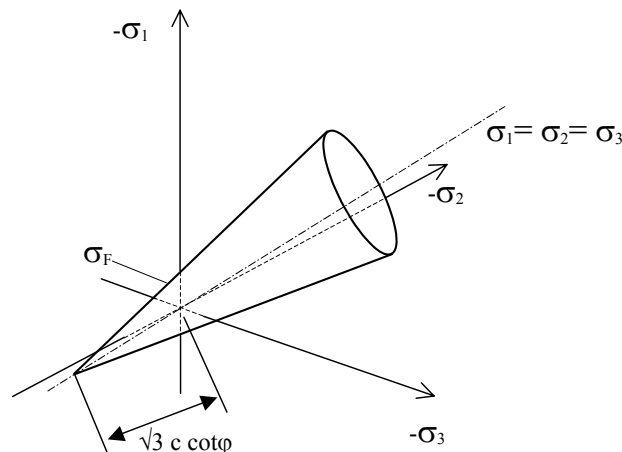


Fig.2: Drucker-Prager Fließbedingung [3]

Während das Mohr-Coulomb Modell im Hauptspannungsraum geometrisch durch eine Pyramide beschrieben wird, bildet das Drucker-Prager Modell einen Halbkegel. Der Unterschied der von der Fließfläche eingeschlossenen Fläche (elastischer Spannungsbereich) in der in Fig. 3 dargestellten Deviatorschnittebene beträgt dabei ca. 15 %.

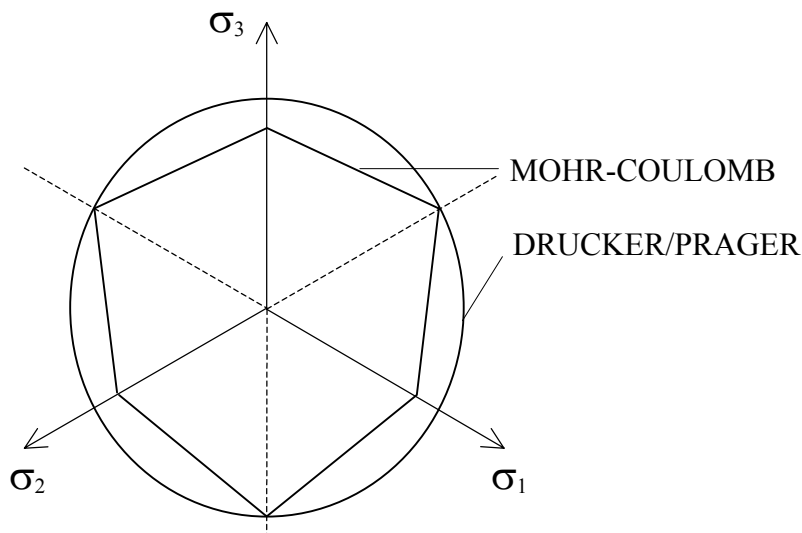


Fig.3: Drucker-Prager Fließbedingung im Vergleich mit dem Mohr-Coulomb Modell [3]

Darüber hinaus existieren in der Literatur [2] eine Reihe weiterer Materialmodelle. Insbesondere für Verformungsprognosen weicher Böden (z.B. lockere Sande) mit ausgeprägten Verfestigungs- bzw. Kompressionsverhalten werden sogenannte Kappenmodelle der Bodenmechanik notwendig. Im Allgemeinen wird zwar durch die Verwendung dieser erweiterten komplexen Stoffmodelle die Qualität der Berechnungen verbessert, jedoch hat sich deren breite Anwendung in der Praxis noch nicht durchgesetzt, da vor allem die erforderliche Parameterbestimmung oft sehr aufwendig und teuer ist. Die Vorzüge der Grund-Materialmodelle Mohr-Coulomb und Drucker-Prager sind die praxistauglichen und für den Ingenieur sehr gut abschätzbaren Materialparameter sowie die gute Interpretierbarkeit und einfache Handhabbarkeit. Für die im vorliegenden Beitrag vorgestellten Berechnungen war eine Beschränkung auf die beiden Materialmodelle Mohr-Coulomb und Drucker-Prager möglich.

2.1 Berechnung von Sand mit ANSYS und der Materialbibliothek Multiplas

Erste Vorberechnungen mit den in ANSYS enthaltenen Drucker-Prager Modellen ergaben, dass diese für die Modellierung von Sand mit der Kohäsion $c = 0$ (Dilatanzwinkel 15°) nicht konvergierten und somit unbrauchbar waren. Auch das Zulassen eines sehr kleinen Kohäsionswertes führte erst ab $c = 0,1$ MPa zu einer konvergierenden Lösung, die jedoch die Verformungen deutlich unterschätzte. Als Ausweg bot sich die Verwendung der Materialbibliothek Multiplas [3] der Firma Dynardo GmbH Weimar an. Multiplas ist eine Bibliothek elastoplastischer Materialmodelle und stellt eine Erweiterung der in ANSYS vorhandenen Materialmodelle dar. Die Materialmodelle werden über `tb,user` und `tbdata`-Kommandos angesprochen. Für geotechnische Aufgaben sind u.a. die oben beschriebenen Materialmodelle Mohr-Coulomb und Drucker-Prager enthalten. Außerdem können mit Multiplas Phänomene wie nichtassoziierte Plastizität, Entfestigung und Anisotropie behandelt werden [4]. Das Drucker-Prager Modell ist im Gegensatz zu dem in ANSYS standartmäßig verfügbaren Modell sehr gut zur Simulation von Sand (mit $c = 0$ und nichtassoziiertes Fließregel) geeignet. Der Grund liegt in der unterschiedlichen Implementation der Drucker-Prager Bedingung. Die Fließfunktion der Drucker-Prager Bedingung lautet [3], [4]:

$$F = \sigma_s + \beta \sigma_m - \tilde{\sigma}_{yt} \quad (1)$$

$$\text{mit} \quad \sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \quad \sigma_s = \sqrt{I_2}$$

σ_m hydrostatische Spannung
 I_2 zweite Invariante der deviatorischen Hauptspannungen

Die beiden Materialparameter c und φ sind in β und $\tilde{\sigma}_{yt}$ wie folgt enthalten:

$$\beta = 3 \frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3 + \sin \varphi)} \quad \text{und} \quad \tilde{\sigma}_{yt} = \frac{6 \cdot c \cdot \cos \varphi}{\sqrt{3}(3 + \sin \varphi)}$$

Anders als bei der Standart-ANSYS Drucker-Prager Fließbedingung werden in Multiplas nicht c und φ sondern direkt β und $\tilde{\sigma}_{yt}$ als Materialparameter vorgegeben. Für Sand (mit $c=0$) wird auch der Term $\tilde{\sigma}_{yt} = 0$ und damit vereinfacht sich (1) zu

$$F = \sigma_s + \beta \sigma_m \quad (2)$$

Das plastische Potential lautet:

$$Q = \sigma_s + \beta' \delta \sigma_m \quad (3)$$

$$\text{mit} \quad \beta' = 3 \frac{2 \sin \psi}{\sqrt{3}(3 + \sin \psi)}$$

ψ Dilatanzwinkel
 δ Dilatanzfaktor [4].

Mit dieser in der Materialbibliothek Multiplas gewählten Formulierung lässt sich Sand mit exakt $c=0$ in der Praxis sehr gut berechnen.

3. Verifikation zu Erddruckberechnungen

Im Folgenden soll eine einfache Verifikation zur Erddruckberechnung mit den in Multiplas enthaltenen Materialmodellen durchgeführt werden. Dabei wird der Erdruhedruck eines Sandblocks (Fig. 4) berechnet. Die Berechnungen wurden mit Solid45 Elementen durchgeführt. Es wurden in einer nichtlinearen Lastgeschichteberechnung zwei Lastschritte gerechnet:

1. Lastschritt: Erdruhedruck infolge Erdbeschleunigung
 Lagerungsbedingungen:
 unterer Rand $y = 0$: $u_x = u_y = u_z = 0$
 seitliche Ränder $x = 0$ bzw. 10 : $u_x = 0$
 seitliche Ränder $z = 0$ bzw. 1 : $u_z = 0$
2. Lastschritt: Aktivierung des aktiven Erddrucks durch Verdrehung des seitlichen Randes $x = 0$ um den Fußpunkt, horizontale Kopfpunktverschiebung 3cm

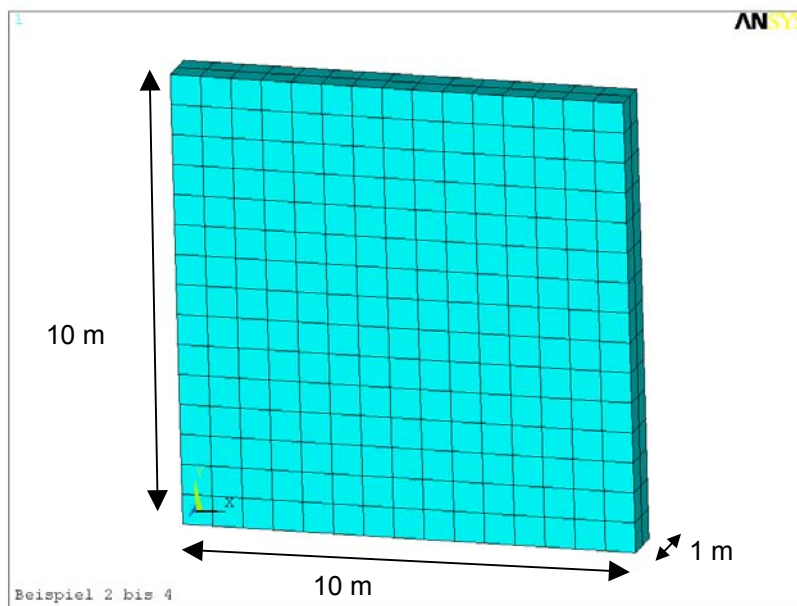


Fig.4: FE-Modell zur Verifikation von Erddruckberechnungen

Als Materialkennwerte für Sand wurden gewählt:

Winkel der inneren Reibung	$\varphi = 30^\circ$
Kohäsion	$c = 0$
Steifemodul	$E_S = 40000 \text{ kN/m}^2$
Erdruhedruckbeiwert	$k_0 = 0,5$
Dichte	$\rho = 1,8 \text{ t/m}^3$
daraus folgt:	

$$\text{Querdehnzahl:} \quad v = \frac{k_0}{1+k_0} = 0,333 \quad (4)$$

$$\text{Schubmodul:} \quad G = \frac{1-2v}{2(1-v)} E_S = 10000 \text{ kN/m}^2 \quad (5)$$

$$\text{E-Modul:} \quad E = 2(1+v) G = 26670 \text{ kN/m}^2 \quad (6)$$

Da sich die Querdehnzahl aus dem Erdruchdruckbeiwert nach Gleichung (4) ableiten lässt, kann der Erdruchdruck, wie in Fig. 5 dargestellt, bereits durch die elastischen Kennwerte ohne erforderliche Iterationen und damit unabhängig von der gewählten Fließbedingung vollständig abgebildet werden.

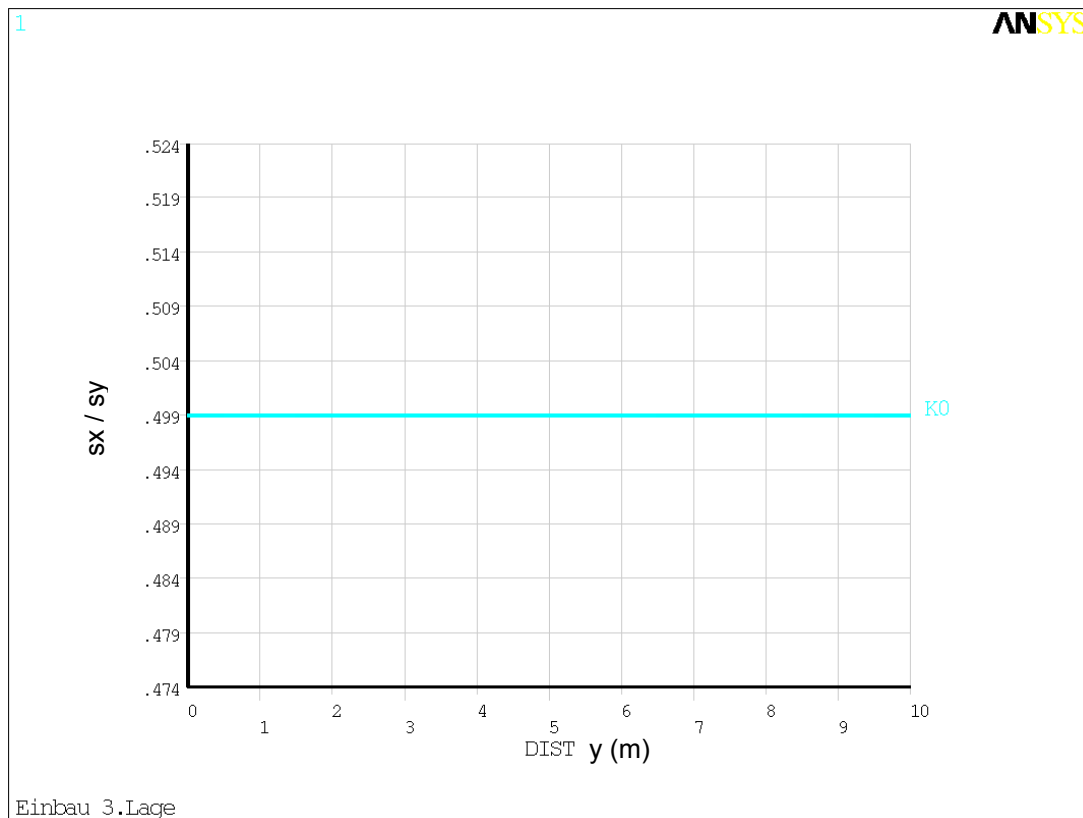


Fig.5: Erddruckbeiwert s_x / s_y im Lastschritt 1, Erdruchdruck

Die horizontale Kopfpunktverschiebung zur Aktivierung des aktiven Erdrucks im 2. Lastschritt ruft dagegen plastische Lastumlagerungen hervor. Die Spannungen und Dehnungen werden damit unmittelbar vom gewählten Materialmodell beeinflusst. In Fig. 6 sind die mit dem Mohr-Coulomb Modell berechneten Spannungen dargestellt. Wie in Fig. 7 ersichtlich wird kann der theoretische Erddruckbeiwert $k_a = 0,33$ durch das numerische Modell exakt nachvollzogen werden. Da das Mohr-Coulomb Modell der Erddrucktheorie zu Grunde liegt ist dieses Ergebniss erwartungsgemäß. Die mit dem Drucker-Prager Modell berechneten Spannungen sind in Fig. 8, der sich daraus ergebende Erddruckbeiwert in Fig. 9 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass der theoretische Erddruckbeiwert in guter Näherung berechnet werden kann. Die Spannungen differieren zwischen beiden Materialmodellen im hier betrachteten Fall um ca. 5%. Die maximale Totalverschiebung (USUM) beträgt mit dem Mohr-Coulomb Modell 0,047487 m und mit dem Drucker-Prager Modell 0,046891 m, was einer Differenz von 1% entspricht. Mit beiden Modellen wurden beide Lastschritte in 4 Substeps berechnet. Das Kraft-Konvergenzkriterium der Newton-Raphson Iteration wurde auf 1% eingestellt. Das Mohr-Coulomb Modell benötigte zur Lösung 18 Iterationen und eine cpu-Rechenzeit von 21,9 sec. Das Drucker-Prager Modell benötigte demgegenüber lediglich 8 Iterationen und 13,4 sec. cpu-Rechenzeit. Damit benötigt das Drucker-Prager Modell nur ca. 60% der Rechenzeit, was auf die einfachere Spannungsrückführung (Retrun Mapping) [4] bei der stetigen Drucker-Prager Fließfläche gegenüber der un stetigen Mohr-Coulomb Fließfläche zurückzuführen ist.

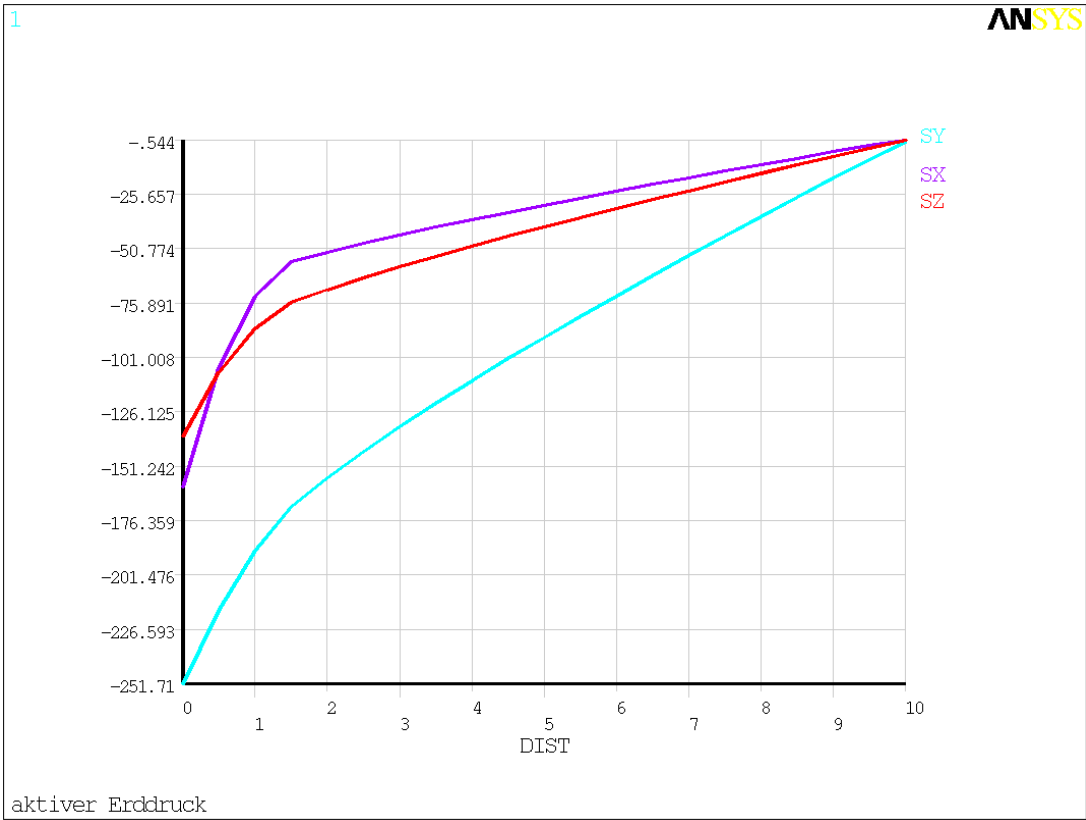


Fig.6: Spannungen im Lastschritt 2 als Pfadplots entlang des Randes $x = 0$, Mohr-Coulomb

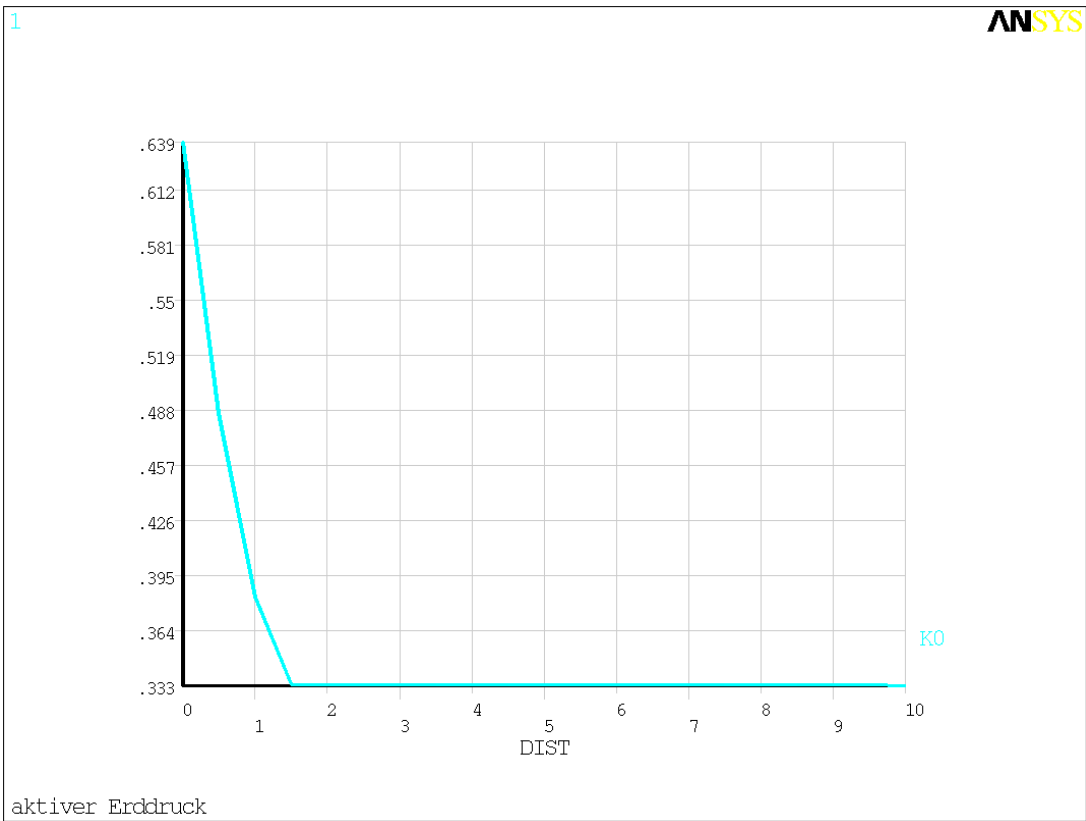


Fig.7: Erddruckbeiwert s_x / s_y im Lastschritt 2 als Pfadplot entlang des Randes $x = 0$, Mohr-Coulomb

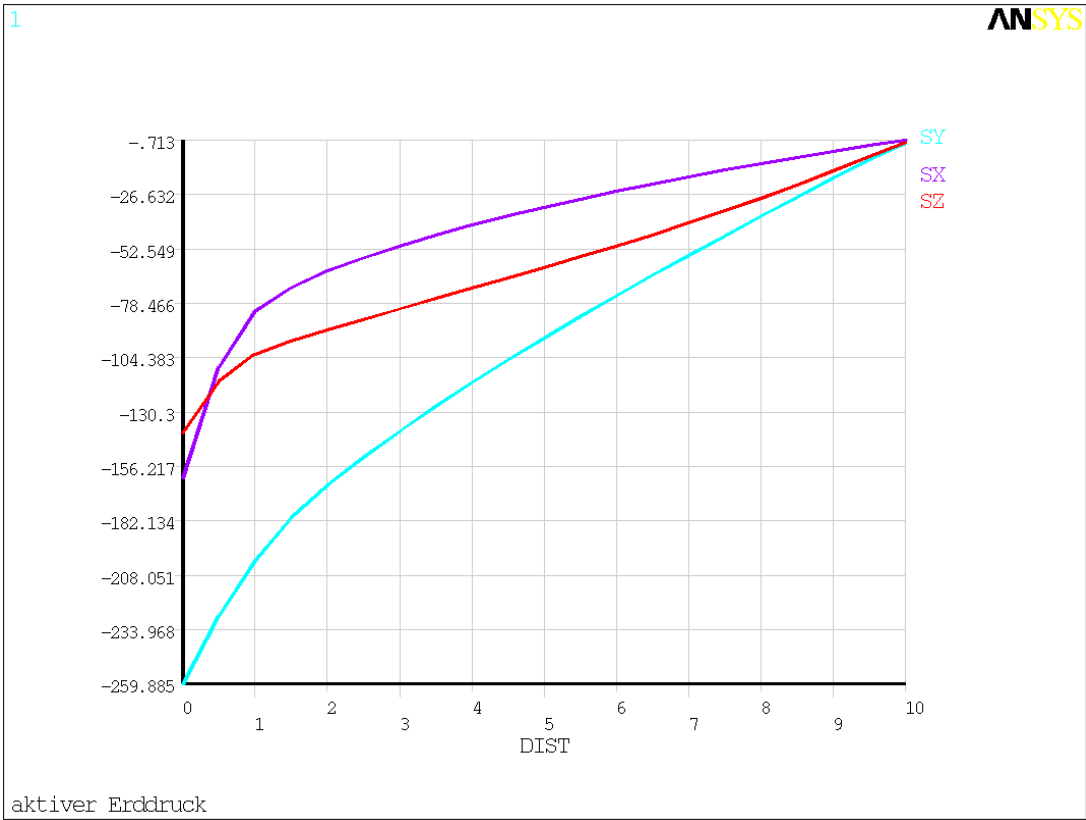


Fig.8: Spannungen im Lastschritt 2 als Pfadplots entlang des Randes $x = 0$, Drucker-Prager

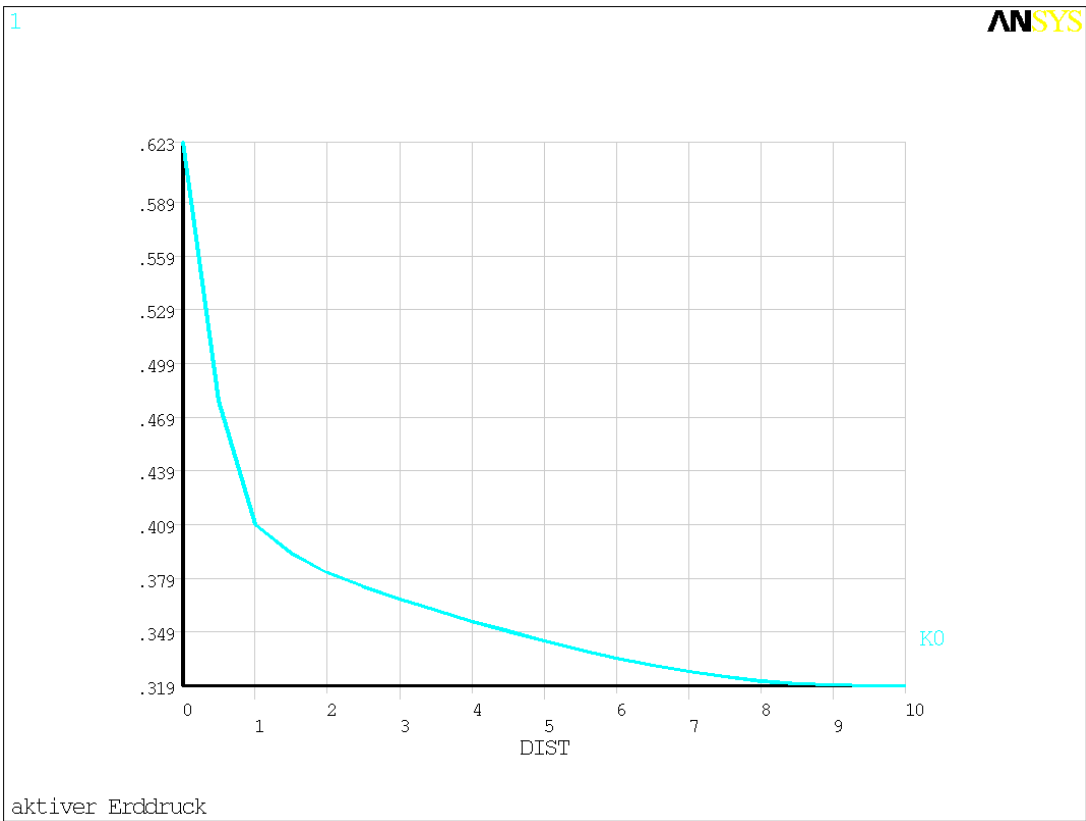


Fig.9: Erddruckbeiwert s_x / s_y im Lastschritt 2 als Pfadplot entlang des Randes $x = 0$, Drucker-Prager

4. Nachrechnung von Versuchsergebnissen

Zur praktischen Anwendung und Validierung von ANSYS-Multiphas zur Simulation rohrförmiger Tragwerke im Boden wurden 1:1 Versuche von Kienberger [5] nachgerechnet. Der Versuchsaufbau und die ermittelten Bodenkennwerte sowie Materialkennwerte des Stahlrohrs sind in Fig.10 angegeben. Die Berechnungen wurden materiell und geometrisch nichtlinear durchgeführt. Die Konvergenzschranke der Newton-Raphson Iteration wurde auf 1% bis 2% der L2-Norm der Ungleichgewichtskräfte eingestellt. In ANSYS ist das Konvergenzkriterium als Default-Wert mit 0.1 % der L2-Norm der Ungleichgewichtskräfte definiert. Das heißt, es müssen alle Ungleichgewichtskräfte bis auf 0.1 % der Quadratsummenwurzel des Lastvektors umgelagert werden. In den folgenden Berechnungen wurde ein Konvergenzkriterium von zwischen 1 bis 2% verwendet. Erfahrungsgemäß sind Konvergenzkriterien von 1 % bis 2% ausreichend genau, um Gleichgewichtszustände nachzuweisen [3], [6]. Die Vernetzung des Bodens erfolgte mit Solid45, die des Stahlrohrs mit Shell63 Elementen. Die Berechnungen wurden als nichtlineare Lastgeschichteberechnungen durchgeführt, wobei in den ersten Lastschritten der Einbau des Sandes und im letzten Lastschritt die vertikale Auflast (100 kN) simuliert wurden.

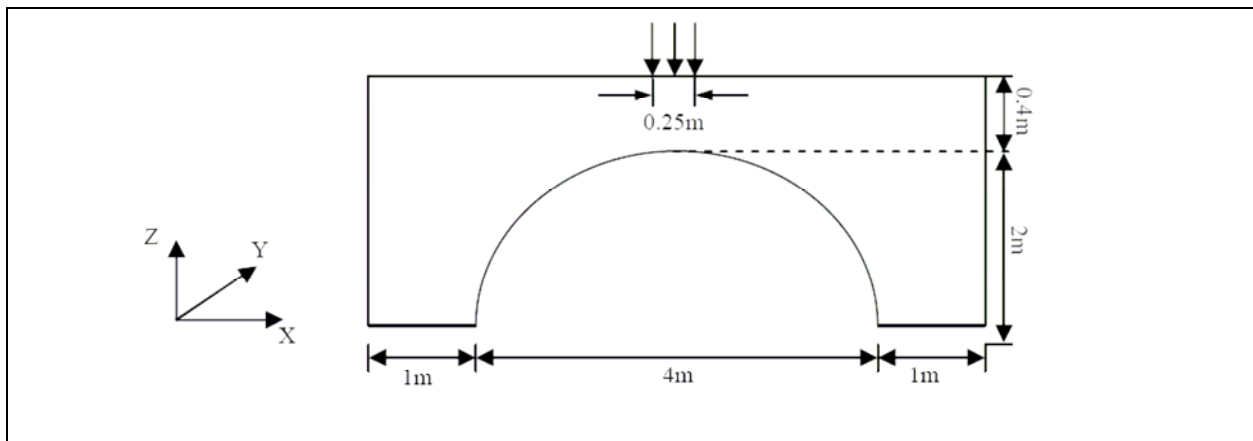


Figure 6. Geometry of laboratory testing.

Table 4. Soil characteristics.

Soil	E [MPa]	ν	Density [kg/m ³]	c [MPa]	ϕ [°]	ψ [°]
Sand	15	0.2	1800	0	45	15

Table 5. Steel profile characteristics.

Steel profile	E [GPa]	ν	Density [kg/m ³]	I [cm ⁴ /m]	t [mm]	A [cm ² /m]
S235 W 152/50	210	0.3	7850	95.94	2.7	33.29

Fig.10: Versuchsdaten rohrförmiges Stahltragwerk im Sand, Kienberger [5]

Als die wesentliche Ergebnisgröße wurde die berechnete Vertikalverschiebung des Stahlrohrs nach dem Aufbringen der vertikalen Auflast mit dem Versuchswert verglichen. Die Berechnungen wurden sowohl mit dem Mohr-Coulomb als auch mit dem Drucker-Prager Modell durchgeführt. Im Versuch wurde eine vertikale Rohrscheitelverschiebung von 26 mm gemessen. Wie aus Fig.11 und Fig. 12 ersichtlich ist, wurde die vertikale Scheitelverschiebung mit dem Mohr-Coulomb Modell mit 22,8 mm

etwas unterschätzt und mit dem Drucker-Prager Modell mit 26,5 mm sehr gut getroffen. Die mit dem Drucker-Prager Modell ermittelten Verformungen und plastischen Dehnungen im Sand sind in Fig. 13 und 14 dargestellt. Deutlich zu erkennen ist die auch im Versuch beobachtete Muldenbildung im unmittelbaren Bereich der Lasteintragung.

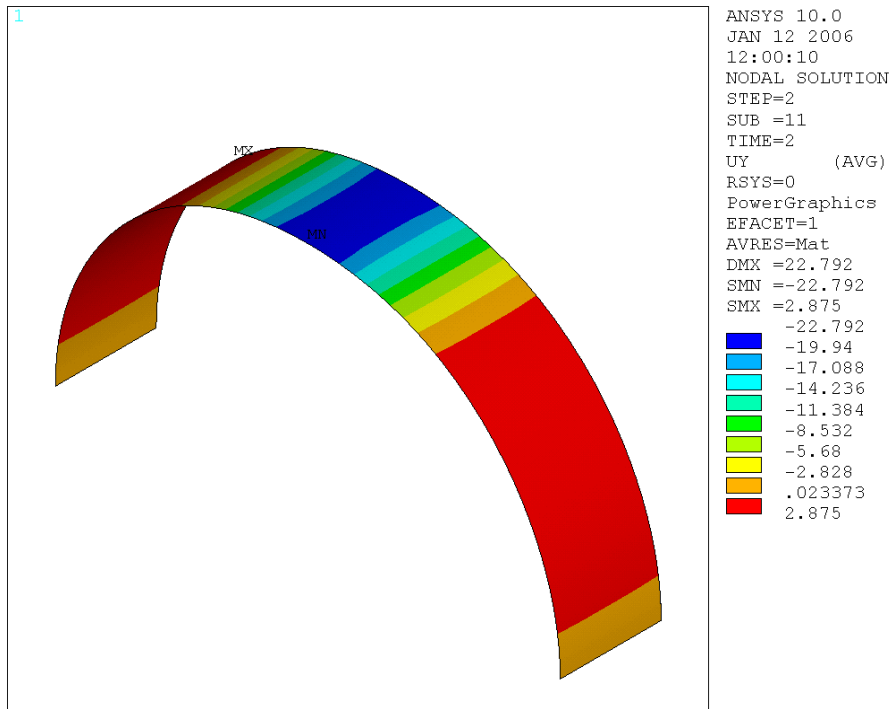


Fig.11: Vertikalverschiebungen u_y (mm) des Stahlrohr-Bogens, Mohr-Coulomb

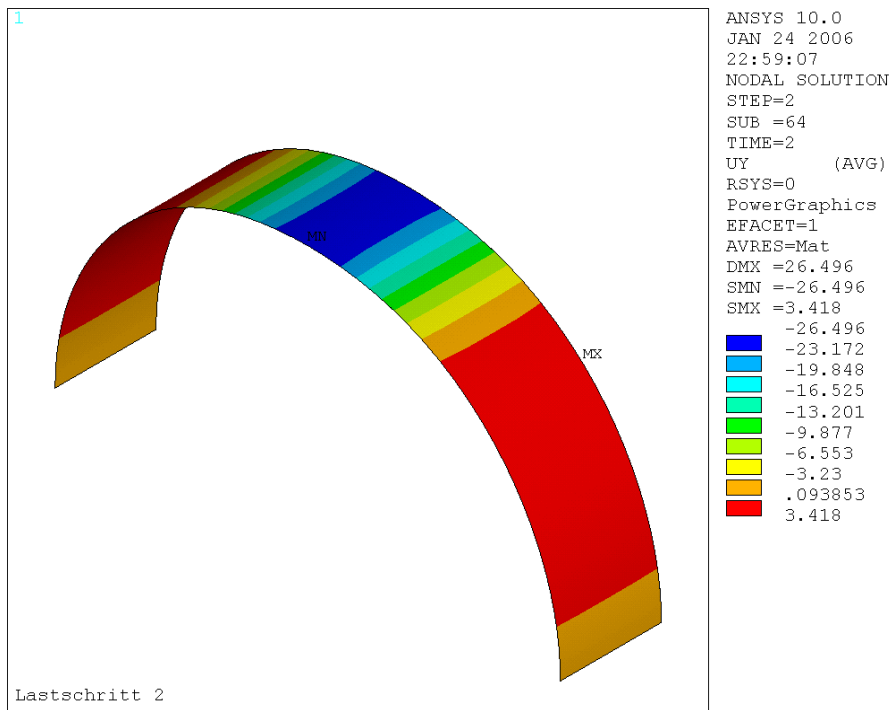


Fig.12: Vertikalverschiebungen u_y (mm) des Stahlrohr-Bogens, Drucker-Prager

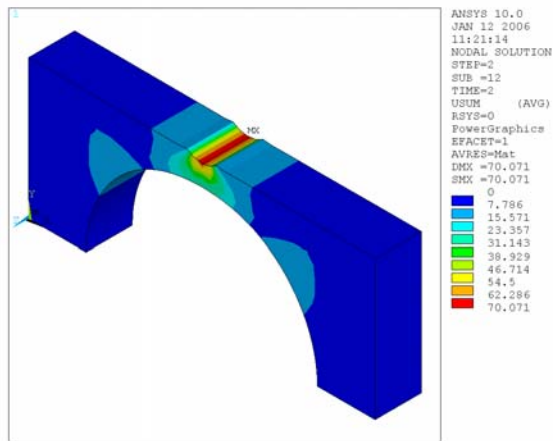


Fig.13: Gesamtverschiebungen usum (mm)
 Drucker-Prager

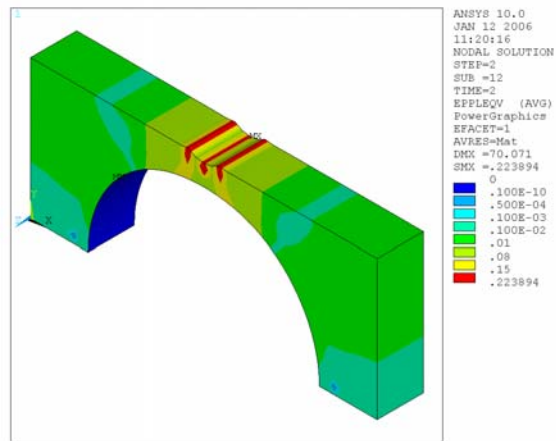


Fig.14: Plastische Vergleichsdehnungen

5. Zusammenfassung und Ausblick

Es wurden die wichtige Besonderheiten der Berechnung rohrförmiger Tragwerke im Sand vorgestellt und diskutiert. Mit Hilfe der in der Materialbibliothek ANSYS-Multiplas [3] implementierten Materialmodelle ist es möglich derartige Strukturen zu berechnen. Die durchgeführten Verifikationsberechnungen zeigten gute Ergebnisse. Künftige Erweiterungen der Materialbibliothek sind insbesondere für Verformungsprognosen weicher Böden mit ausgeprägten Verfestigungs- bzw. Kompressionsverhalten, welche sogenannte Kappenmodelle der Bodenmechanik erfordern, geplant.

6. Literatur

- [1] Meißner, H.: Empfehlungen des Arbeitskreises "Numerik in der Geotechnik" der Deutschen Gesellschaft für Erd- und Grundbau e.V.
- [2] Vermeer, P.A.: Materialmodelle in der Geotechnik und ihre Anwendung. Proceedings Finite Elemente in der Baupraxis 1995
- [3] Schlegel, R.: ANSYS/Multiplas General-Multisurface-Plasticity, Users-Manual (Jan. 2006), Dynardo GmbH, Weimar
- [4] Schlegel, R.: Materialmodelle für das Bauwesen und die Geotechnik in ANSYS. 24. CAD-FEM USER'S MEETING, Int. FEM-Technologietage 25.-27. Oktober 2006, Stuttgart
- [5] Kienberger, H.: Über das Verformungsverhalten von biegeweichen, im Boden eingebetteten Wellrohren mit geringer Überschüttung. Rep. Österreich, Bundesministerium f. Bauten u. Technik Straßenforschung, Heft 45, 1975
- [6] ANSYS, Inc. Theory Reference, Release 10.0 Documentation for ANSYS, 2006